

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ**

**ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**(ДГТУ)**

Факультет «Информатика и вычислительная техника»

Кафедра «Кибербезопасность информационных систем»

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3**

Тема: «Кодирование и декодирование линейных блочных кодов»

Дисциплина: «Теория кодирования, сжатия и восстановления информации»

Специальность: 10.05.01 Компьютерная безопасность

Специализация: Математические методы защиты информации

Обозначение лабораторной работы ТКСВИ.990000.000 Группа ВКБ43

Обучающийся \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Д. П. Ковалев

подпись, дата

Работа защищена с оценкой \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Руководитель работы \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ доцент, Е. В. Рощина

подпись, дата

Ростов-на-Дону

2025

**Цель работы:** приобрести умение строить код Хэмминга для обнаружения и исправления одиночных ошибок в кодовых словах.

Задание 1. Для заданного кодового слова построить код Хэмминга.

Вариант 11. Передаваемые кодовые слова – (1000011, 1100000, 0011101).

Требуется получить кодовые слова Хэмминга для двоичных кодовых слов

Рассматриваемые кодовые слова содержат семь информационных символов, то есть . Число проверочных символов определяется из условия (1)

(1)

При этом минимальное число проверочных символов , при котором выполняется данное условие, будет , так как

Следовательно, кодовые слова Хэмминга для слов будут содержать 11 символов, то есть . При этом проверочными символами будут 1, 2, 4, 8, а информационными символами соответственно будут 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11.

Пронумеруем и запишем значения информационных символов для кодового слова в соответствии с таблицей 1.

Таблица 1 – Нумерация и запись информационных символов для

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | 1 |  | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 1 | 1 |

Определим значения проверочных символов для . Значение символа определяется из условия:

Отсюда

Значения символа определяется из условия:

Отсюда

Значения символа определяется из условия:

Отсюда

Значения символа определяется из условия:

Отсюда

В итоге кодовое слов Хэмминга для кодового слова будет иметь вид .

Аналогично выполняем данную процедуру для .

Пронумеруем и запишем значения информационных символов для кодового слова в соответствии с таблицей 2.

Таблица 2 – Нумерация и запись информационных символов для

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | 1 |  | 1 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 |

Определим значения проверочных символов для . Значение символа определяется из условия:

Отсюда

Значения символа определяется из условия:

Отсюда

Значения символа определяется из условия:

Отсюда

Значения символа определяется из условия:

Отсюда

В итоге кодовое слов Хэмминга для кодового слова будет иметь вид .

Пронумеруем и запишем значения информационных символов для кодового слова в соответствии с таблицей 3.

Таблица 3 – Нумерация и запись информационных символов для

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | 0 |  | 0 | 1 | 1 |  | 1 | 0 | 1 |

Определим значения проверочных символов для . Значение символа определяется из условия:

Отсюда

Значения символа определяется из условия:

Отсюда

Значения символа определяется из условия:

Отсюда

Значения символа определяется из условия:

Отсюда

В итоге кодовое слов Хэмминга для кодового слова будет иметь вид .

Проверим работу кода Хэмминга, заменив в полученных кодовых словах значение одного из символов, то есть введем одиночную ошибку в кодовые слова Хэмминга.

Например, заменим значение пятого символа в слове с 0 на 1, то есть вместо примем .

Определим значения символов синдрома . Для этого пронумеруем символы кодового слова Хэмминга в соответствие с таблицей 4.

Таблица 4 – Пронумерованные символы первого слова

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |

Отсюда значения символов синдрома будут:

Таким образом, синдром имеет следующий вид:

.

Поскольку , то ошибка содержится в пятом символе, что и требовалось проверить.

Теперь заменим значение первого символа в слове с 0 на 1, то есть вместо примем .

Определим значения символов синдрома . Для этого пронумеруем символы кодового слова Хэмминга в соответствие с таблицей 5.

Таблица 5 – Пронумерованные символы второго слова

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Отсюда значения символов синдрома будут:

Таким образом, синдром имеет следующий вид:

.

Поскольку , то ошибка содержится в первом символе.

Осталось проверить последнее слово. Заменим в нем значение второго символа в слове с 1 на 0, то есть вместо примем .

Определим значения символов синдрома . Для этого пронумеруем символы кодового слова Хэмминга в соответствие с таблицей 6.

Таблица 6 – Пронумерованные символы третьего слова

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |

Отсюда значения символов синдрома будут:

Таким образом, синдром имеет следующий вид:

.

Поскольку , то ошибка содержится в первом символе.

**Вывод:** в ходе лабораторной работы, были приобретены навыка для построения кодов Хэмминга для обнаружения и исправления одиночных ошибок в кодовых словах.

**Контрольные вопросы**

1. Какие коды называют систематическими?

Систематическим называется такой линейный код, в котором каждый блок информации (значения исходного сообщения) находится в начальной части кодового слова, а проверочные (контрольные) символы добавляются после них.

2. Сколько ошибок способен обнаруживать и исправлять код Хэмминга?

Классический двоичный код Хэмминга способен: обнаружить до 2 ошибок и исправлять до 1 ошибки.

3. По какому правилу определяют число проверочных символов в коде Хэмминга?

Число проверочных символов r определяется из неравенства Хэмминга.

4. В каких местах располагаются проверочные символы в кодовых словах Хэмминга?

Проверочные символы располагаются в кодовом слове на позициях, чьи номера являются степенями двойки. То есть на позициях: 1, 2, 4, 8, 16, ...

5. По какому правилу строятся уравнения для нахождения проверочных символов в коде Хэмминга?

Правило основано на контроле четности. Каждый проверочный бит, стоящий на позиции *i* (где *i* — степень двойки), рассчитывается как сумма (по модулю 2) тех информационных битов кодового слова, в номере позиции которых содержится 1 в *i*-том разряде их двоичного представления.

6. Какую информацию при декодировании кода Хэмминга дает синдром?

Синдром — это вектор, вычисляемый при декодировании. Он несет ключевую информацию об ошибках: если синдром равен нулю — ошибок нет. Если синдром не равен нулю — ошибка есть. При этом числовое значение синдрома, записанное в десятичной системе, указывает ровно на номер позиции в кодовом слове, где произошла ошибка.

7. Каким образом обеспечивается обнаружение двойных ошибок в кодовых словах Хэмминга?

Классический код Хэмминга (7,4) не может надежно отличить одинарную ошибку от двойной. Для этого используется модифицированный (расширенный) код Хэмминга.

В него добавляется один дополнительный проверочный бит, который является контрольным битом четности для всего кодового слова (включая все информационные и все оригинальные проверочные биты Хэмминга).